


Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова Приймальної комісії

 ІГОР ЦЕПЕНДА
«22» квітня 2024 р.



ПРОГРАМА
фахового вступного випробування з

Математики

для зарахування на навчання за ступенем магістра за спеціальністю

111 Математика

на основі ступеня бакалавра, магістра при прийомі на навчання у 2024 році

Розглянуто та схвалено
на засіданні Приймальної комісії
Прикарпатського національного
університету імені Василя Стефаника
Протокол №1 від 22.04. 2024 р.

Івано-Франківськ — 2024

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування з “Математики” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем “Магістра” за спеціальністю 111. Математика при прийомі на навчання на основі освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавра до Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника у 2024 році.

Програма містить основні питання з Математики та перелік рекомендованої літератури.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування дасть можливість вступнику систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування.

Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку і підборі джерел підготовки для вступного випробування.

ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ
“МАТЕМАТИКА”
(назва дисципліни)

Математичний аналіз. Функціональний аналіз.
Теорія функцій комплексної змінної

1. Множина дійсних чисел. Упорядкованість, грані та точні грані множини. Розрізи за Дедекіндом, повнота множини дійсних чисел – різні формулювання та їх рівносильність.
2. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
3. Різні означення границі функції, їх еквівалентність.
4. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій Коші існування границі для послідовностей, функцій.
5. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.
6. Похідна функції. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціал. Інваріантність форми диференціала.
7. Формула Тейлора. Залишковий член у формі Пеано, Шльомільха-Роша, Лагранжа, Коші.
8. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності.
9. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
10. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
11. Ознаки збіжності додатних рядів.
12. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості.
13. Функціональні ряди і послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Ознаки Вейерштрасса, Абеля, Діріхле.
14. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна, умовна і рівномірна збіжність.
15. Неперервність суми, почленне інтегрування та диференціювання функціонального ряду.
16. Функція багатьох змінних. Границя, неперервність. Повторні і подвійні границі.
17. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт. Рівність змішаних частинних похідних.
18. Диференційовність функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності.
19. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.

20. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв'язок з метричними просторами, повнота.
21. Гільбертові простори. Ортонормовані бази. Загальний вигляд лінійного функціонала у гільбертовому просторі.
22. Лінійні функціонали: неперервність, обмеженість, норма. Теорема Гана-Банаха.
23. Функція комплексної змінної. Границя. Похідна. Теорема Ейлера-Рімана. Аналітичні функції.
24. Степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Коші-Адамара.

Диференціальні рівняння

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
 - Рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник: загальна теорія та методи знаходження.
 - Неявні диференціальні рівняння: загальний метод введення параметра, рівняння Лагранжа, Клеро.
 - Основні властивості розв'язків: існування та єдиність розв'язку задачі Коші, продовжуваність розв'язків, теореми про неперервність та диференційовність розв'язку.
 - Особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
2. Диференціальні рівняння вищих порядків та їх системи:
 - Рівняння, які допускають зниження порядку.
 - Лінійні однорідні рівняння та системи.
 - Лінійні неоднорідні рівняння та системи.
 - Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку. Теореми про існування і єдиність функції Гріна.
3. Стійкість розв'язків диференціальних рівнянь.
 - Стійкість лінійних систем.
 - Стійкість нелінійних систем: стійкість за першим наближенням, теореми Ляпунова.
 - Фазовий портрет лінійної однорідної системи другого порядку.

Рівняння з частинними похідними

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність задач.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Метод відбиття в задачах для півобмеженої і обмеженої струни.
5. Формули Гріна. Теореми про середнє значення гармонічної функції у

сфері, кулі.

6. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле.

7. Теореми єдиності розв'язку задачі Неймана, третьої крайової задачі для рівняння Лапласа.

8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.

9. Розв'язання задачі Коші для рівняння теплопровідності.

Вища алгебра

1. Декартів добуток множин. Відношення. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Відношення строгого і нестроого порядку і зв'язок між ними.

2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Однорідні та неоднорідні системи, загальний вигляд розв'язку, методи розв'язування.

3. Нормальна форма матриці. Діагональна і жорданова форми матриць.

4. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.

5. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.

6. Многочлени над числовими полями. Основна теорема теорії многочленів. Розміщення дійсних коренів многочленів

7. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.

8. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.

9. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.

10. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.

11. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.

12. Поняття групи, підгрупи. Циклічні групи. Фактор-група.

13. Морфізми груп. Теорема про гомоморфізм груп. Ізоморфізм груп. Теорема Келі.

14. Поняття кільця, поля. Види кілець. Кільце квадратних матриць, кільце класів лишків, кільце многочленів.

15. Поле. Характеристика поля. Побудова скінченних полів з допомогою фактор-кілець.

Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія

1. Зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Афінна класифікація кривих другого порядку. Їх основні властивості та зображення.
2. Метричні, псевдометричні, ультраметричні простори. Границя послідовності у (псевдо-)метричному просторі. Повнота і поповнення метричного простору.
3. Точки дотику множини в метричному та топологічному просторі. Замкнені множини і замикання множини.
4. Внутрішні точки множини в метричному та топологічному просторі. Відкриті множини і внутрішність множини. Межа множини.
5. Неперервні відображення метричних просторів. Рівносильність означень за Гейне та за Коші.
6. Поняття топології і способи її задання: метрика, база, передбаза.
7. Аксиоми відокремленості. Гаусдорфові, регулярні та нормальні простори.
8. Різновиди зв'язності та співвідношення між ними.
9. Неперервні відображення топологічних просторів.
10. Компактні простори і множини. Збереження компактності замкненими підпросторами і неперервними образами. Компактність відрізка. Компакти у скінченновимірних евклідових просторах.
11. Способи побудови нових топологічних просторів: підпростори, топологічні суми, фактор-простори, добутки.
12. Перша і друга квадратична форми поверхні.
13. Формули Френе для просторових кривих.

Теорія ймовірностей і математична статистика

1. Загальне означення випадкової величини та вектора, борельова σ -алгебра.
2. Функція розподілу та її властивості, породжена міра Лебега-Стільтьєса.
3. Функції від випадкової величини, перетворення величин.
4. Обчислення математичного сподівання (дискретний та неперервний випадки).
5. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
6. Граничні теореми Пуассона, Муавра-Лапласа.
7. Посилений закон великих чисел Колмогорова.
8. Класична центральна гранична теорема.
9. Статистики, оцінки та їх властивості.
10. Статистичні критерії, рівень та потужність, найпотужніші критерії.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. – К.: Вища школа, 1990.
2. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.
3. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
4. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
5. Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь. – Львів: Вид-во наук.-техн. л-ри, 1997.
6. Гой Т.П., Казмерчук А.І., Федак І.В. Звичайні диференціальні рівняння (Частина 1. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються у квадратурах). – Івано-Франківськ: ЛІК, 2005.
7. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2002.
8. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. – Львів: Тріада плюс, 2004.
9. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985.
10. Білоусова В.П. і ін. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1973.
11. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Харків: Основа, 1995.
12. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології. ⚡ Івано-Франківськ: Плай, 2002.
13. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2007.
14. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. ⚡ 2-ге вид.,перероб. і доп. – К.: Знання, 2007.
15. Турчин В. М. Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади, задачі: Навч. посібн. – К. : А.С.К., 2004.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника.