

Міністерство освіти і науки України
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

голова Приймальної комісії

_____ Ірина Ігорівна Цепенда
«24» квітня 2023 р.



ПРОГРАМА

фахового випробування з

математики та статистики

для зарахування на навчання на перший рік навчання за освітнім рівнем
магістра за спеціальністю

112 Статистика

(освітньо-професійна програма «Прикладна та теоретична статистика»)

на основі освітнього рівня бакалавра у 2023 році

Розглянуто та схвалено

на засіданні Приймальної комісії

Прикарпатського національного

університету імені Василя Стефаника

Протокол № 1 від 24.04. 2023 р.

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування з “Математики та статистики” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем магістра за спеціальністю 112 Статистика при прийомі на навчання на основі ступеня/освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавра/спеціаліста до Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника у 2023 році.

Програма містить основні питання з математики та статистики і перелік рекомендованої літератури.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування дасть можливість вступнику систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування. Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку джерел підготовки для вступного випробування.

ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА

1. Загальне означення випадкової величини та вектора, борельова σ -алгебра.
2. Функція розподілу та її властивості, породжена міра Лебега-Стілтєса.
3. Функції від випадкової величини, перетворення величин.
4. Обчислення математичного сподівання(дискретний та неперервний випадки).
5. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
6. Граничні теореми Пуассона, Муавра-Лапласа.
7. Посилений закон великих чисел Колмогорова.
8. Класична центральна гранична теорема.
9. Статистики, оцінки та їх властивості.
10. Статистичні критерії, рівень та потужність, найпотужніші критерії.

МАТЕМАТИЧНА ЕКОНОМІКА

1. Простір товарів та відношення переваги. Функції корисності.
2. Задача максимізації корисності . Функція попиту Вальраса та її властивості.
3. Простір витрат і виробничі функції. Основні типи виробничих функцій.
4. Задача мінімізації витрат споживача. Функція витрат та її властивості.
5. Модель Леонтьєва. Критерій продуктивності моделі.

ФІНАНСОВИЙ АНАЛІЗ І АКТУАРНА МАТЕМАТИКА

1. Сталі ануїтети, їх обчислення.
2. Оцінка інвестиційних проектів.
3. Моделі тривалості майбутнього життя особи віку x .
4. Аналітичні закони розподілу тривалості майбутнього життя та їх характеристики (модель Муавра, модель Гомпертця, модель Вейбула)

5. Елементарні типи страхування життя.

6. Елементарні типи страхових ануїтетів.

РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ

1. Знаходження параметрів парної лінійної регресії. Основні припущення класичного регресійного аналізу.
2. Критерії значущості параметрів парної лінійної регресії. Довірчі інтервали для параметрів.
3. Мультиколінеарність змінних. Алгоритм Феррара-Глобера.
4. Гетероскедастичність залишків і методи її усунення.

ТЕОРІЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

1. Поняття випадкового процесу. Скінченновимірні розподіли. Теорема Колмогорова.
2. Вінерів та Пуассонів процеси і їх основні властивості.
3. Випадкові процеси другого порядку. Середньоквадратичні неперервність, диференційовність та інтегровність.

БАГАТОВИМІРНА СТАТИСТИКА

1. Багатовимірний нормальний розподіл. Оцінювання параметрів.
2. Аналіз головних компонент.
3. Факторний аналіз.
4. Кластерний аналіз.
5. Дискримінантний аналіз.

ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

1. Умовні математичні сподівання відносно сигма-алгебри.
2. Формули повного математичного сподівання та повної дисперсії.
3. Ряди з незалежних випадкових величин. Умови збіжності
4. Закон повторного логарифму.
5. Поняття ланцюга Маркова. Ймовірності переходу. Рекурентність.

МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ. ФУНКЦІОНАЛЬНИЙ АНАЛІЗ. ТЕОРІЯ ФУНКЦІЙ КОМПЛЕКСНОЇ ЗМІННОЇ.

1. Множина дійсних чисел. Упорядкованість, грані та точні грані множини. Розрізи за Дедекіндом, повнота множини дійсних чисел – різні формулювання та їх рівносильність.
2. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
3. Різні означення границі функції, їх еквівалентність.
4. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій Коші існування границі для послідовностей, функцій.
5. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.
6. Похідна функції. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціал. Інваріантність форми диференціала.
7. Формула Тейлора. Залишковий член у формі Пеано, Шльомільха-Роша, Лагранжа, Коші.
8. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності.
9. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
10. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
11. Ознаки збіжності додатних рядів.
12. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості.
13. Функціональні ряди і послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Ознаки Вейерштрасса, Абеля, Діріхле.
14. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна, умовна і рівномірна збіжність.
15. Неперервність суми, почленне інтегрування та диференціювання функціонального ряду.
16. Функція багатьох змінних. Границя, неперервність. Повторні і подвійні границі.
17. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт. Рівність змішаних

частинних похідних.

18. Диференційовність функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності.
19. Подвійні інтеграли, їх застосування, обчислення.
20. Криволінійні інтеграли першого і другого роду.
21. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.
22. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв'язок з метричними просторами, повнота.
23. Гільбертові простори. Ортонормовані бази. Загальний вигляд лінійного функціонала у гільбертовому просторі.
24. Лінійні функціонали: неперервність, обмеженість, норма. Теорема Гана-Банаха.
25. Функція комплексної змінної. Границя. Похідна. Теорема Ейлера-Рімана. Аналітичні функції.
26. Степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Коші-Адамара.

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
 - Рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник: загальна теорія та методи знаходження.
 - Неявні диференціальні рівняння: загальний метод введення параметра, рівняння Лагранжа, Клеро.
 - Основні властивості розв'язків: існування та єдиність розв'язку задачі Коші, продовжуваність розв'язків, теореми про неперервність та диференційовність розв'язку.
 - Особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
2. Диференціальні рівняння вищих порядків та їх системи:
 - Рівняння, які допускають зниження порядку.
 - Лінійні однорідні рівняння та системи.
 - Лінійні неоднорідні рівняння та системи.

– Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку. Теореми про існування і єдиність функції Гріна.

ВИЩА АЛГЕБРА

1. Декартів добуток множин. Відношення. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Відношення строгого і нестроого порядку і зв'язок між ними.
2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Однорідні та неоднорідні системи, загальний вигляд розв'язку, методи розв'язування.
3. Нормальна форма матриці. Діагональна і жорданова форми матриць.
4. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
5. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.
6. Многочлени над числовими полями. Основна теорема теорії многочленів. Розміщення дійсних коренів многочленів
7. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.
8. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
9. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.
10. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
11. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.
12. Поняття групи, підгрупи. Циклічні групи. Фактор-група.
13. Морфізми груп. Теорема про гомоморфізм груп. Ізоморфізм груп. Теорема Келі.
14. Поняття кільця, поля. Види кілець. Кільце квадратних матриць, кільце класів лишків, кільце многочленів.

15. Поле. Характеристика поля. Побудова скінченних полів з допомогою фактор-кілець.

РІВНЯННЯ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність задач.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Метод відбиття в задачах для півобмеженої і обмеженої струни.
5. Формули Гріна. Теорема про середнє значення гармонічної функції у сфері, кулі.
6. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле.
7. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана, третьої крайової задачі для рівняння Лапласа.
8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.
9. Розв'язання задачі Коші для рівняння теплопровідності.

ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: Видавничополіграфічний центр “Київський університет”, 2007.
2. Лук’яненко І.Г., Краснікова Л.І. Економетрика: Підручник. – К.: Товариство "Знання КОО, 1998. – 494 с.
3. Лещинський О.Л. Економетрія: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл./О.Л. Лещинський, В.В. Рязанцева, О.О. Юнькова. – К.: МАУП, 2003. –208 с.
4. Єлейко В. Основи економетрії. – Львів: "Марка Лтд 1995. – 191 с.
5. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів. – К.: Либідь, 1990.– 168 с.
6. Леоненко М.М., Мішура Ю.С., Пархоменко В.М., Ядренко М.Й. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці. – К.: Інформтехніка, 1995. – 380 с.
7. Козицький В. А., Лавренюк С. П., Оліскевич М. О. Основи математичної економіки. Теорія споживання. Навчальний посібник. - Львів: Піраміда, 2004. - 264 с.
8. Козицький В. А., Лавренюк С. П., Оліскевич М. О. Основи математичної економіки. Теорія фірми. Навчальний посібник. - Львів: Піраміда, 2004.- 323 с.
9. Пономаренко О. І. Основи теорії фінансів. - К.: ЕМЦ, 1998.
10. Пономаренко О. І. Вступ до актуарної математики. - К.: ЕМЦ, 2003.
11. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. Т.І, II, III. 1963, 1966, 1968.
12. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. –М.: Наука, 1989.
13. Рудин У. Функциональный анализ. –М.: Мир, 1975.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника.