

Міністерство освіти і науки України  
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

голова Приймальної комісії

  
Проф. Ігор Цепенда

«24» квітня 2023 р.



**ПРОГРАМА**

вступного випробування з

**з додаткових розділів математичного аналізу та алгебри і теорії чисел**

для зарахування на навчання за ступенем доктора філософії за спеціальністю

**111 Математика**

на основі освітнього рівня магістра (освітньо-кваліфікаційного ступеня спеціаліста) при прийомі на навчання у 2023 році

за несуміжною спеціальністю

Розглянуто та схвалено

на засіданні Приймальної комісії

Прикарпатського національного

університету імені Василя Стефаника

Протокол № 1 від 24/04/2023 р.

Івано-Франківськ – 2023

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування з “Додаткових розділів математичного аналізу та алгебри і теорії чисел” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем доктора філософії за спеціальністю 111 Математика при прийомі на навчання на основі освітнього рівня магістра (освітньо-кваліфікаційного ступеня спеціаліста) до Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника у 2023 році для несуміжних спеціальностей.

Програма містить основні питання з математики та перелік рекомендованої літератури.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування, дасть можливість вступнику систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування.

Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку і підборі джерел підготовки для вступного випробування.

## ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

### 1. Алгебра і теорія чисел

1. Множини, відображення, відношення. Принцип математичної індукції. Підстановки, властивості. Поняття про основні алгебраїчні структури. Поле комплексних чисел.
2. Кільце поліномів від однієї змінної. Подільність в кільці поліномів від однієї змінної. Алгоритм Евкліда, НСД, НСК. Корені поліномів, звідність поліномів, основна теорема теорії поліномів. Відокремлення кратних множників полінома. Поліноми над числовими полями.
3. Кільце поліномів від багатьох змінних. Лексикографічне розміщення членів полінома. Симетричні поліноми. Основна теорема про симетричні поліноми. Результант поліномів. Дискримінант полінома.
4. Кільце цілих чисел. Подільність в кільці цілих чисел. Неперервні (ланцюгові) дроби. Ціла і дробова частини числа. Трансцедентні числа. Системи числення.
5. Елементи теорії конгруенцій першого степеня. Означення і властивості конгруенцій. Класи лишків за модулем. Способи розв'язування конгруенцій 1-го степеня. Теореми Ейлера і Ферма. Системи конгруенцій 1-го степеня, способи їх розв'язування.
6. Конгруенції вищих степенів. Розв'язування конгруенцій 2-го степеня. Конгруенції 2-го степеня. Критерій Ейлера, символ Лежандра. Показник числа за модулем. Первісні корені. Індокси за простим модулем. Застосування теорії конгруенцій.
7. Основи теорії груп. Групи, підгрупи, перетин підгруп. Типи груп. Розбиття групи за підгрупою. Фактор-група. Гомоморфізм груп. Основна теорема про гомоморфізми. Елементи теорії представлень груп.
8. Елементи теорії кілець і полів. Кільце, підкільце, ізоморфізм кілець. Фактор- кільця, ідеали кілець, характеристика кілець. Побудова скінченних

полів.

## 2. Лінійна алгебра

1. Системи лінійних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Системи лінійних однорідних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Методи Гаусса і Крамера розв'язування системи лінійних рівнянь.
2. Матриці і дії над ними. Обернена матриця. Матричний метод розв'язування систем лінійних рівнянь.
3. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
4. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.
5. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора, діагональна форма матриці..
6. Канонічна форма матриці лінійного оператора: жорданова форма матриці; знаходження функцій від оператора; теорема Гамільтона-Келі.
7. Спектральна теорія самоспряжених операторів: білінійна та квадратична форми оператора: теорема про існування спряженого оператора; самоспряжений оператор, матриці спряженого та самоспряженого операторів; власні числа та власні вектори самоспряженого оператора.
8. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно- та від'ємно- визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.

## 3. Математичний аналіз

1. Функції однієї змінної: границя функції в точці; основні теореми для функцій, які мають границі. Неперервні функції та їх основні властивості. Обернена функція та умови її існування.
2. Похідна функції: означення та правила обчислення похідних; умови

існування похідної; диференціал функції, похідні та диференціали вищих порядків; формула Тейлора; дослідження функції на екстремум.

3. Невизначений інтеграл: означення, властивості та методи інтегрування.

4. Визначений інтеграл: означення, властивості, класи інтегрованих функцій.

5. Числові ряди: означення збіжності; критерій Коші; критерій та ознаки збіжності рядів з невід'ємними членами; абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.

6. Функціональні ряди: означення, критерій та ознаки рівномірної збіжності, властивості рівномірно збіжних рядів, почленне диференціювання та інтегрування; степеневі ряди та їх основні властивості, розклад елементарних функцій у степеневі ряди.

7. Функції кількох змінних: границя в точці; неперервність; властивості неперервних функцій на компактах; частинні похідні; диференційованість; формула Тейлора; похідна за напрямом, градієнт, неявні функції, теореми існування неявної функції.

8. Невласні інтеграли: означення, властивості, ознаки збіжності; властивості функцій, що визначаються невластивими інтегралами. Інтеграли, що залежать від параметра: диференційовність та інтегрування по параметру.

9. Кратні інтеграли: означення, властивості, обчислення; невластиві кратні інтеграли.

10. Криволінійні та поверхневі інтеграли: означення, властивості, обчислення, формула Гріна, Гауса-Остроградського, Стокса.

## ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. М.: Высшая школа 1981.
2. Дороговцев А.Я. Математический анализ: справочное пособие.- К.: Высшая школа. 1985.
3. Зорич В.А. Математический анализ. - М.ФАЗИС. 1997.
4. Ильин В.А., Позняк З.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 1974.
5. Ленг С. Алгебра. - М.: Мир, 1965.
6. ван дер Варден Б.Л.. Алгебра. - М.: Наука, 1975.
7. Курош А.Г. Общая алгебра.
8. Кострикин А.И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия.
9. Кострикин А.И. Введение в алгебру. - М.: Наука, 1977.
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.-М.: Наука, 1975.
11. Завало С.Т. Курс алгебры. - К.: Вища школа, 1985.
12. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. - М.: Наука, 1984.
13. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. - М.: Наука, 1984.
14. Бухштаб А.А. Теория чисел. - М. :Просвещение, 1966.

## **КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ**

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника.