

Міністерство освіти і науки України  
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

голова Приймальної комісії

Цепенда І.Є. проф. І.Є.

„ 21 ” лютого 2022 р.



**ПРОГРАМА**  
фахового вступного випробування  
з **Математики з методикою викладання**

для зарахування на навчання за ступенем магістра за спеціальністю  
**014.04 Середня освіта (Математика)**

на основі освітнього ступеня (освітньо-кваліфікаційного рівня) бакалавра, на  
основі здобутого освітнього рівня вищої освіти магістра  
(освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста)  
у 2022 році

Розглянуто та схвалено  
на засіданні Приймальної комісії  
Прикарпатського національного  
університету імені Василя Стефаника  
Протокол №4 від 21/02/2022 р.

Івано-Франківськ – 2022

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування “Математика з методикою викладання” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем “магістра” за спеціальністю 014.04 Середня освіта (Математика) при прийомі на навчання на основі освітнього ступеня (освітньо-кваліфікаційного рівня) бакалавра та на основі здобутого освітнього рівня вищої освіти магістра (освітньо-кваліфікаційного рівня спеціаліста) до Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника у 2022 році.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування, дасть можливість вступникові систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування.

Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку і підборі джерел підготовки для вступного випробування.

## ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

### *Математичний аналіз. Функціональний аналіз.*

#### *Теорія функцій комплексної змінної*

1. Множина дійсних чисел. Упорядкованість, грані та точні грані множини. Розрізи за Дедекіндом, повнота множини дійсних чисел – різні формулювання та їх рівносильність.
2. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
3. Різні означення границі функції, їх еквівалентність.
4. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій Коші існування границі для послідовностей, функцій.
5. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.
6. Похідна функції. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціал. Інваріантність форми диференціала.
7. Формула Тейлора. Залишковий член у формі Пеано, Шльомільха-Роша, Лагранжа, Коші.
8. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності.
9. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
10. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
11. Ознаки збіжності додатних рядів.
12. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості.
13. Функціональні ряди і послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Ознаки Вейерштрасса, Абеля, Діріхле.
14. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна, умовна і

- рівномірна збіжність.
15. Неперервність суми, почленне інтегрування та диференціювання функціонального ряду.
  16. Функція багатьох змінних. Границя, неперервність. Повторні і подвійні границі.
  17. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт. Рівність змішаних частинних похідних.
  18. Диференційовність функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності.
  19. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.
  20. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв'язок з метричними просторами, повнота.
  21. Гільбертові простори. Ортонормовані бази. Загальний вигляд лінійного функціонала у гільбертовому просторі.
  22. Лінійні функціонали: неперервність, обмеженість, норма. Теорема Гана-Банаха.
  23. Функція комплексної змінної. Границя. Похідна. Теорема Ейлера-Рімана. Аналітичні функції.
  24. Степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Коші-Адамара.

### ***Диференціальні рівняння***

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
  - Рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник: загальна теорія та методи знаходження.
  - Неявні диференціальні рівняння: загальний метод введення параметра, рівняння Лагранжа, Клеро.
  - Особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
2. Диференціальні рівняння вищих порядків та їх системи:
  - Рівняння, які допускають зниження порядку.
  - Лінійні однорідні рівняння та системи.
  - Лінійні неоднорідні рівняння та системи.

### ***Рівняння з частинними похідними***

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність задач.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Метод відбиття в задачах для півобмеженої і обмеженої струни.
5. Формули Гріна. Теореми про середнє значення гармонічної функції у сфері, кулі.
6. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле.
7. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння струни.

### ***Вища алгебра***

1. Декартів добуток множин. Відношення. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Відношення строгого і нестроого порядку і зв'язок між ними.
2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Однорідні та неоднорідні системи, загальний вигляд розв'язку, методи розв'язування.
3. Нормальна форма матриці. Діагональна і жорданова форми матриць.
4. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
5. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результат. Дискримінант.
6. Многочлени над числовими полями. Основна теорема теорії многочленів. Розміщення дійсних коренів многочленів
7. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.
8. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
9. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.
10. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
11. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.
12. Поняття групи, підгрупи. Циклічні групи. Фактор-група.
13. Морфізми груп. Теорема про гомоморфізм груп. Ізоморфізм груп. Теорема Келі.
14. Поняття кільця, поля. Види кілець. Кільце квадратних матриць, кільце класів лишків, кільце многочленів. Характеристика поля.

### ***Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія***

1. Зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Афінна класифікація кривих другого порядку. Їх основні властивості та зображення.
2. Метричні, псевдометричні, ультраметричні простори. Границя послідовності у (псевдо-)метричному просторі. Повнота і поповнення метричного простору.
3. Точки дотику множини в метричному та топологічному просторі. Замкнені множини і замикання множини.
4. Внутрішні точки множини в метричному та топологічному просторі. Відкриті множини і внутрішність множини. Межа множини.
5. Неперервні відображення метричних просторів. Рівносильність означень за Гейне та за Коші.
6. Поняття топології і способи її задання: метрика, база, передбаза.
7. Аксиоми відокремленості. Гаусдорфові, регулярні та нормальні простори.
8. Різновиди зв'язності та співвідношення між ними.
9. Неперервні відображення топологічних просторів.

10. Способи побудови нових топологічних просторів: підпростори, топологічні суми, фактор-простори, добутки.
11. Перша і друга квадратична форми поверхні.
12. Формули Френе для просторових кривих.

### ***Теорія ймовірностей і математична статистика***

1. Загальне означення випадкової величини та вектора.
2. Функція розподілу та її властивості.
3. Випадкові вектори. Розподіл випадкового вектора. Коефіцієнт кореляції.
4. Обчислення математичного сподівання (дискретний та неперервний випадки).
5. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
6. Граничні теореми Пуассона, Муавра-Лапласа.
7. Класична центральна гранична теорема.
8. Статистики, оцінки та їх властивості.
9. Статистичні критерії, рівень та потужність, найпотужніші критерії.

### ***Методика навчання математики***

1. Об'єкт, предмет і функції педагогіки. Освіта як соціальний феномен і як педагогічний процес. Основні категорії педагогіки.
2. Методологія і методи педагогічних досліджень. Методологічні принципи педагогічних досліджень. Організація педагогічного дослідження.
3. Об'єкт, предмет і методи педагогічної психології. Специфіка застосування методів дослідження педагогічної психології в роботі з дітьми.
4. Особистість. Склад і структура особистості. Діяльність та особистість. Розвиток особистості як педагогічна проблема. Рушійні сили розвитку особистості. Формування особистості під час навчання математики.
5. Дидактика – теорія навчання. Поняття про дидактику. Основні дидактичні концепції. Діяльнісний, системний, комплексний та особистісно орієнтований підходи у вивченні шкільного курсу математики, їхня характеристика.
6. Процес навчання. Поняття про навчання та його психологічні механізми. Теорії навчання. Процес навчання математики як цілісна система. Цілі, зміст, функції і рушійні сили процесу навчання математики. Види навчання і їхня характеристика. Діяльність учителя і учнів у різних видах навчання.
7. Учіння. Види учіння та структура учбової діяльності учнів під час вивчення математики. Особливості оволодіння учнями учбовою діяльністю.
8. Методика навчання математики як галузь педагогічної науки. Об'єкт, предмет, методи і завдання методики навчання математики.
9. Зміст навчання математики. Поняття про зміст загальної середньої освіти. Зміст шкільної математичної освіти, принципи його визначення.

Аналіз державного стандарту базової і повної середньої освіти, освітня галузь «Математика», інших нормативних документів, які регламентують зміст шкільного курсу математики в дванадцятирічній школі.

10. Цілі навчання математики. Ієрархія цілей навчання, особливості формування.
11. Принципи навчання математики. Закономірності навчання і їхня класифікація. Поняття про принцип, правило. Загальнодидактичні принципи навчання математики, їхня характеристика. Принципи розвивального навчання. Рівнева і профільна диференціація, гуманітаризація змісту і гуманізація навчального процесу як сучасні принципи навчання математики в школі.
12. Методи навчання математики. Поняття про методи навчання. Різні класифікації методів навчання. Загальнодидактичні методи навчання. Система методів навчання математики в школі, їхня суть і порівняльна характеристика.
13. Розумова діяльність у навчанні математики, прийоми і дії. Поняття про метод, прийом розумової діяльності. Загальні та специфічні дії і прийоми розумової діяльності під час навчання математики.
14. Організаційні форми навчання математики. Поняття про форми навчання. Урок – основна форма організації навчання. Типи і структура уроків математики. Допоміжні форми навчання математики.
15. Засоби навчання математики. Класифікації засобів навчання, дидактичні функції засобів навчання. Система засобів навчання математики в школі, їхня суть і порівняльна характеристика. Комп'ютер у навчанні математики.
16. Позакласна робота з математики. Поняття про позакласну (позаурочну) роботу з математики. Основні форми позакласної роботи.
17. Контроль у навчанні математики. Види, структура і функції контролю. Система контролю у навчанні математики в школі. Тестування як засіб діагностики навчальних досягнень учнів з математики.
18. Математичні поняття. Уявлення і поняття. Математичні уявлення і поняття. Зміст і обсяг поняття. Види понять. Означення. Види означень. Характеристика методів формування математичних понять. Методика формування математичних понять на різних етапах навчання.
19. Математичні твердження. Твердження, аксіоми, теореми в шкільному курсі математики. Види теорем. Етапи роботи з теоремою. Методика формування у школярів умінь доводити математичні твердження.
20. Задачі в навчанні математики. Поняття задачі. Математичні задачі і вправи, їхнє місце, роль, і функції в навчанні математики. Класифікації задач. Характеристика основних методів і способів розв'язування математичних задач.
21. Числові множини. «Числа і дії над ними» як змістова лінія шкільного курсу математики: мета вивчення, зміст, вимоги до математичної підготовки учнів.

22. Десяткові дроби. Різні підходи до вивчення десятих дробів у школі. «Десяткові дроби» як основна тема курсу математики 5-6 класів: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення десятих дробів і відсотків за діючими альтернативними підручниками.
23. Раціональні числа. Формування поняття раціонального числа в курсі математики 5-6 класів. «Раціональні числа» як основна тема: мета вивчення, зміст та вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення раціональних чисел за діючими альтернативними підручниками.
24. Вирази. Вираз як фундаментальне поняття математики. «Вирази і їхні перетворення» як змістова лінія курсу алгебри: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення на різних етапах навчання.
25. Рівняння і їх системи. Рівняння як фундаментальне поняття математики. Види рівнянь в шкільному курсі математики. «Рівняння і їх системи» як змістова лінія шкільного курсу алгебри: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів. Порівняльний аналіз методичних систем вивчення основних видів рівнянь і їх систем.
26. Нерівності і їх системи. Нерівність як фундаментальне поняття математики. Види нерівностей у шкільному курсі математики. «Нерівності і їх системи» як змістова лінія курсу алгебри: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів. Порівняльний аналіз методичних систем вивчення основних видів нерівностей і їх систем.
27. Функції. Різні підходи до визначення поняття «функція». Означення і способи задання функції в курсі алгебри. «Функції» як змістова лінія шкільного курсу математики: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення властивостей основних функцій шкільного курсу алгебри.
28. Геометричні фігури. Геометрична фігура як фундаментальне поняття математики. Геометричні фігури в шкільному курсі геометрії: означення, рівність, подібність. «Геометричні фігури та їхні властивості» як змістова лінія курсу геометрії: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів. Особливості вивчення навчального матеріалу на різних етапах навчання.
29. Геометричні побудови. Про можливе і неможливе в побудові циркулем і лінійкою. Історичні задачі на побудову. «Геометричні побудови» як змістова лінія шкільного курсу геометрії: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів. Формування в учнів умінь виконувати геометричні побудови на різних етапах навчання.
30. Геометричні перетворення. Поняття руху і перетворення подібності в геометрії. «Геометричні перетворення» як змістова лінія шкільного курсу геометрії: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення на різних етапах навчання.
31. Координати і вектори. Поняття вектора, координат у математиці. «Координати і вектори» як змістова лінія шкільного курсу геометрії:

мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення на різних етапах навчання.

32. Величини. Поняття величини в математиці. Геометричні величини. «Геометричні величини, їх вимірювання і обчислення» як змістова лінія планіметрії: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення на різних етапах навчання.

## ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука. Т.І, ІІ, ІІІ. 1963, 1966, 1968.
2. Кудрявцев Л.Б. Курс математического анализа. М.: Высшая школа, 1981 (В2-х томах).
3. Ильин В.И., Садовский В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1979.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989.
5. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975.
6. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. – К.: Вища школа, 1990.
7. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1984.
8. Маркушевич А.А., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977.
9. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.
- 10.Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
- 11.Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
- 12.Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь. Львів: Вид-во наук.-техн. л-ри, 1997.
- 13.Гой Т.П., Казмерчук А.І., Федак І.В. Звичайні диференціальні рівняння (Частина 1. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються у квадратурах). – Івано-Франківськ: ЛІК, 2005.
- 14.Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Физматгиз, 1977.
- 15.Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. К.: Либідь, 2002.
- 16.Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. Львів: Тріада плюс, 2004.
- 17.Михлин С.Г. Уравнения математической физики. М.: Высш. шк, 1977.
- 18.Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971.
- 19.Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977.
- 20.Петровский М.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.:



- Наука, 1961.
21. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976.
  22. Кострикин А.И Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
  23. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975.
  24. Завало С.Т. Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985.
  25. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М.: Наука, 1984.
  26. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
  27. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.
  28. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968.
  29. Білоусова В.П. і ін. Аналітична геометрія. К.: Вища школа, 1973.
  30. Мищенко А.С. Фоменко А.Г. Курс дифференциальной геометрии и топологии. М.: Изд-во МГУ, 1980.
  31. Александров П.С., Пасынков Б.П. Введение в теорию размерности. М.: Наука, 1980.
  32. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. Харків: Основа, 1995.
  33. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології. Івано-Франківськ: Плай, 2002.
  34. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974.
  35. Пасынков Б.А., Федорчук В.В. Топология и теория размерности. – М.: Знания, 1984.
  36. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теория вероятностей и математическая статистика. – Киев, Вища школа, 1988.
  37. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2007.
  38. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. 2-ге вид., перероб. і доп. – К.: Знання, 2007.
  39. Турчин В. М. Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади, задачі: Навч. посібн. – К. : А.С.К., 2004.
  40. Бевз Г.П. Методика викладання математики. Навч. посібник. – К.: Вища школа, 1989.
  41. Бурда М.І. Розв'язування задач на побудову. – К.: Рад. шк., 1986.
  42. Вікова та педагогічна психологія: Навч. посібник / О.В. Скрипченко, Л.В. Долинська, З.В. Огороднійчук та ін. – К.: Просвіта, 2001.
  43. Груденов Я. И. Изучение определений, аксиом и теорем. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1981.
  44. Дубинчук О. С., Мальований Ю. І., Дичик Н. П. Методика викладання алгебри в 7-9 кл. – К.: Рад.школа, 1991.
  45. Загальна педагогіка та історія педагогіки: підруч. К.В. Аймедов та ін. – Київ: ВД «Слово», 2014.
  46. Кузьмінський А.І. Педагогіка: підруч. – Київ: Знання, 2007.
  47. Психологія: Підручник. / Ю.Л. Трофімов, В.В. Рибалка, П.А. Гончарук та ін., за редакцією Ю.Л.Трофімова. – К.: Либідь, 2001.
  48. Слєпкань З. І. Методика навчання математики. Підручник. – 2-ге вид.,

- допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2006.
- 49.Слепкань З. І. Психолого-педагогічні методичні основи розвивального навчання. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004.
- 50.Шкільні підручники з математики.

## **КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ**

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у Прикарпатському національному університеті імені Василя Стефаника.