

Міністерство освіти і науки України  
ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

голова Приймальної комісії

\_\_\_\_\_ проф. І.Є. Цепенда

27 лютого 2019 р.

**ПРОГРАМА**  
фахового вступного випробування з

**Математики**

для зарахування на навчання за ступенем магістра за спеціальністю

**014.04 Середня освіта (Математика)**

на основі ступеня бакалавра при прийомі на навчання у 2019 році

Розглянуто та схвалено

на засіданні Приймальної комісії

ДВНЗ “Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника”

Протокол № 3 від 27 лютого 2019 р.

## ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

Метою вступного випробування з “Математики” є перевірка знань і відбір вступників для зарахування на навчання за ступенем “Магістра” за спеціальністю 114, Середня освіта (математика) при прийомі на навчання на основі освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавра, спеціаліста до ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника” у 2019 році.

Програма містить основні питання з Математики та перелік рекомендованої літератури.

Наведений перелік питань, які виносяться на вступне випробування дасть можливість вступнику систематизувати свої знання та допоможе зорієнтуватися, на які питання треба звернути увагу при підготовці до вступного випробування.

Перелік рекомендованої літератури сприятиме у пошуку і підборі джерел підготовки для вступного випробування.

**ОСНОВНІ ПИТАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ**  
**“МАТЕМАТИКА”**  
(назва дисципліни)

*Математичний аналіз. Функціональний аналіз.*  
*Теорія функцій комплексної змінної*

1. Множина дійсних чисел. Упорядкованість, грані та точні грані множини. Розрізи за Дедекіндом, повнота множини дійсних чисел – різні формулювання та їх рівносильність.
2. Границя послідовності. Властивості збіжних послідовностей.
3. Різні означення границі функції, їх еквівалентність.
4. Існування границі для монотонних послідовностей і функцій. Критерій Коші існування границі для послідовностей, функцій.
5. Рівномірна неперервність. Теорема Кантора.
6. Похідна функції. Похідна композиції функцій, оберненої функції. Таблиця похідних. Похідна функції, заданої параметрично. Диференціал. Інваріантність форми диференціала.
7. Формула Тейлора. Залишковий член у формі Пеано, Шльомільха-Роша, Лагранжа, Коші.
8. Означений інтеграл. Необхідна умова інтегровності. Необхідні і достатні умови інтегровності.
9. Інтеграл із змінною верхньою межею, властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.
10. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідна умова. Достатні умови екстремуму функції двох змінних.
11. Ознаки збіжності додатних рядів.
12. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Властивості.
13. Функціональні ряди і послідовності. Рівномірна збіжність. Критерій рівномірної збіжності. Ознаки Вейерштрасса, Абеля, Діріхле.
14. Степеневі ряди. Інтервал і радіус збіжності. Абсолютна, умовна і рівномірна збіжність.
15. Неперервність суми, почленне інтегрування та диференціювання функціонального ряду.
16. Функція багатьох змінних. Границя, неперервність. Повторні і подвійні границі.
17. Частинні похідні. Похідна за напрямком. Градієнт. Рівність змішаних частинних похідних.
18. Диференційовність функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності.

19. Повні метричні простори. Принцип стискаючих відображень.
20. Нормовані простори: означення, основні приклади, зв'язок з метричними просторами, повнота.
21. Гільбертові простори. Ортонормовані бази. Загальний вигляд лінійного функціонала у гільбертовому просторі.
22. Лінійні функціонали: неперервність, обмеженість, норма. Теорема Гана-Банаха.
23. Функція комплексної змінної. Границя. Похідна. Теорема Ейлера-Рімана. Аналітичні функції.
24. Степеневі ряди в комплексній площині. Теорема Коші-Адамара.

### *Диференціальні рівняння*

1. Диференціальні рівняння першого порядку:
  - Рівняння у повних диференціалах. Інтегрувальний множник: загальна теорія та методи знаходження.
  - Неявні диференціальні рівняння: загальний метод введення параметра, рівняння Лагранжа, Клеро.
  - Основні властивості розв'язків: існування та єдиність розв'язку задачі Коші, продовжуваність розв'язків, теореми про неперервність та диференційовність розв'язку.
  - Особливі розв'язки диференціальних рівнянь.
2. Диференціальні рівняння вищих порядків та їх системи:
  - Рівняння, які допускають зниження порядку.
  - Лінійні однорідні рівняння та системи.
  - Лінійні неоднорідні рівняння та системи.
  - Крайові задачі для диференціальних рівнянь другого порядку. Теореми про існування і єдиність функції Гріна.
3. Стійкість розв'язків диференціальних рівнянь.
  - Стійкість лінійних систем.
  - Стійкість нелінійних систем: стійкість за першим наближенням, теореми Ляпунова.
  - Фазовий портрет лінійної однорідної системи другого порядку.

### *Рівняння з частинними похідними*

1. Рівняння математичної фізики. Класифікація лінійних рівнянь другого порядку в точці.
2. Постановка основних крайових задач. Коректність задач.
3. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера.
4. Метод відбиття в задачах для півобмеженої і обмеженої струни.

5. Формули Гріна. Теореми про середнє значення гармонічної функції у сфері, кулі.
6. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле.
7. Теореми єдиності розв'язку задачі Неймана, третьої крайової задачі для рівняння Лапласа.
8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівнянь струни і теплопровідності.
9. Розв'язання задачі Коші для рівняння теплопровідності.

### *Вища алгебра*

1. Декартів добуток множин. Відношення. Властивості бінарних відношень. Відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Відношення строгого і нестрогого порядку і зв'язок між ними.
2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Сумісність, визначеність. Критерій сумісності. Однорідні та неоднорідні системи, загальний вигляд розв'язку, методи розв'язування.
3. Нормальна форма матриці. Діагональна і жорданова форми матриць.
4. Многочлени, їх звідність. Ділення многочленів. Корені многочленів. Теорема Вієта.
5. Многочлени від багатьох змінних. Симетричні многочлени. Результант. Дискримінант.
6. Многочлени над числовими полями. Основна теорема теорії многочленів. Розміщення дійсних коренів многочленів
7. Лінійний простір. Приклади лінійних просторів. База, вимірність, інваріантність вимірності.
8. Лінійні оператори. Характеристичне рівняння, спектр, слід, мінімальний многочлен, власні значення і власні вектори лінійного оператора.
9. Лінійні оператори у евклідових і унітарних просторах. Ортогональні, унітарні, самоспряжені, нормальні оператори.
10. Квадратичні форми. Закон інерції квадратичних форм. Додатно та від'ємно-визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
11. Зведення квадратичних форм до канонічного виду.
12. Поняття групи, підгрупи. Циклічні групи. Фактор-група.
13. Морфізми груп. Теорема про гомоморфізм груп. Ізоморфізм груп. Теорема Келі.
14. Поняття кільця, поля. Види кілець. Кільце квадратних матриць, кільце класів лишків, кільце многочленів.
15. Поле. Характеристика поля. Побудова скінченних полів з допомогою фактор-кілець.

## **Аналітична та диференціальна геометрія. Топологія**

1. Зведення рівняння кривої другого порядку до канонічного вигляду. Афінна класифікація кривих другого порядку. Їх основні властивості та зображення.
2. Метричні, псевдометричні, ультраметричні простори. Границя послідовності у (псевдо-)метричному просторі. Повнота і поповнення метричного простору.
3. Точки дотику множини в метричному та топологічному просторі. Замкнені множини і замикання множини.
4. Внутрішні точки множини в метричному та топологічному просторі. Відкриті множини і внутрішність множини. Межа множини.
5. Неперервні відображення метричних просторів. Рівносильність означень за Гейне та за Коші.
6. Поняття топології і способи її задання: метрика, база, передбаза.
7. Аксиоми відокремленості. Гаусдорфові, регулярні та нормальні простори.
8. Різновиди зв'язності та співвідношення між ними.
9. Неперервні відображення топологічних просторів.
10. Компактні простори і множини. Збереження компактності замкненими підпросторами і неперервними образами. Компактність відрізка. Компакти у скінченновимірних евклідових просторах.
11. Способи побудови нових топологічних просторів: підпростори, топологічні суми, фактор-простори, добутки.
12. Перша і друга квадратична форми поверхні.
13. Формули Френе для просторових кривих.

## ***Теорія ймовірностей і математична статистика***

1. Загальне означення випадкової величини та вектора, борельова  $\sigma$ -алгебра.
2. Функція розподілу та її властивості, породжена міра Лебега-Стільєса.
3. Функції від випадкової величини, перетворення величин.
4. Обчислення математичного сподівання (дискретний та неперервний випадки).
5. Математичне сподівання добутку та дисперсія суми незалежних величин.
6. Граничні теореми Пуассона, Муавра-Лапласа.
7. Посилений закон великих чисел Колмогорова.
8. Класична центральна гранична теорема.
9. Статистики, оцінки та їх властивості.
10. Статистичні критерії, рівень та потужність, найпотужніші критерії.

## Варіаційне числення

1. Постановки деяких варіаційних задач: задачі про брахістохрону, про геодезичні лінії, про катеноїд, класична ізопериметрична і навігаційна задачі.
2. Функціонали в лінійних нормованих просторах. Перша і друга варіації функціоналу за Лагранжем. Диференціали Фреше і Гато.
3. Сильний і слабкий екстремуми функціоналу. Необхідні умови екстремуму.
4. Основні леми варіаційного числення.
5. Найпростіша варіаційна задача. Рівняння Ейлера.
6. Узагальнення найпростішої варіаційної задачі. Система рівнянь Ейлера. Рівняння Ейлера-Пуассона та Ейлера-Остроградського.
7. Задача Больца та її узагальнення.
8. Необхідні умови екстремуму другого порядку функціоналу найпростішої варіаційної задачі: умови Лежандра, Якобі, Вейєрштраса.
9. Достатні умови слабого і сильного екстремуму функціоналу найпростішої варіаційної задачі.

## ПЕРЕЛІК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

10. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. – М.: Наука. Т.І, ІІ, ІІІ. 1963, 1966, 1968.
11. Кудрявцев Л.Б. Курс математического анализа. – М.: Высшая школа, 1981 (В2-х томах).
12. Ильин В.И., Садовский В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. – М.: Наука, 1979.
13. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989.
14. Рудин У. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1975.
15. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. – К.: Вища школа, 1990.
16. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1984.
17. Маркушевич А.А., Маркушевич Л.А. Введение в теорию аналитических функций. – М.: Просвещение, 1977.
18. Шкіль М.І., Лейфура В.М., Самусенко П.Ф. Диференціальні рівняння. – К.: Техніка, 2003.
19. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. – К.: Либідь, 2003.
20. Кривошея С.А., Перестюк М.О., Бурим В.М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004.
21. Лавренюк С.П. Курс дифференциальных уравнений. – Львів: Вид-во наук.-техн. л-ри, 1997.
22. Гой Т.П., Казмерчук А.І., Федак І.В. Звичайні диференціальні рівняння (Частина 1. Диференціальні рівняння першого порядку, які інтегруються у квадратурах). – Івано-Франківськ: ЛІК, 2005.
23. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1977.
24. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. – К.: Либідь, 2002.
25. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних. – Львів: Тріада плюс, 2004.
26. Михлин С.Г. Уравнения математической физики. – М.: Высш. шк, 1977.
27. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. □ М.: Наука, 1971.
28. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977.
29. Петровский М.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Наука, 1961.



30. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1976.
31. Кострикин А.И Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
32. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975.
33. Завало С.Т. Курс алгебры. – К.: Вища школа, 1985.
34. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. – М.: Наука, 1984.
35. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1984.
36. Бухштаб А.А. Теория чисел. – М.: Просвещение, 1966.
37. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1968.
38. Білоусова В.П. і ін. Аналітична геометрія. – К.: Вища школа, 1973.
39. Мищенко А.С. Фоменко А.Г. Курс дифференциальной геометрии и топологии. – М.: Изд-во МГУ, 1980.
40. Александров П.С., Пасынков Б.П. Введение в теорию размерности. – М.: Наука, 1980.
41. Борисенко О.А. Диференціальна геометрія і топологія. – Харків: Основа, 1995.
42. Никифорчин О.Р. Элементы загальної топології. □ Івано-Франківськ: Плай, 2002.
43. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1974.
44. Пасынков Б.А., Федорчук В.В. Топология и теория размерности. – М.: Знания, 1984.
45. Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Теория вероятностей и математическая статистика. – Киев, Вища школа, 1988.
46. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. – К.: ВПЦ «Київський університет», 2007.\
47. Сеньо П. С. Теорія ймовірностей та математична статистика: Підручник. □ 2-ге вид.,перероб. і доп. – К.: Знання, 2007.
48. Турчин В. М. Теорія ймовірностей: Основні поняття, приклади, задачі: Навч. посібн. – К. : А.С.К., 2004.
49. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. - К., 2003. – 380 с.
50. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. для вузов. - М.: Изд-во МГТУ, 2006. - 488 с.
51. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. - 7-е изд. - М.: ЛКИ, 2008. – 208 с.

## **КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ**

Порядок проведення та критерії оцінювання вступних випробувань регулюється Положенням про організацію вступних випробувань у ДВНЗ “Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника”.